

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 26. 02. 2017

Clasa a XII- a

Subiectul I.

Fie $G = \{A_1, A_2, \dots, A_n\} \subset M_p(C)$ astfel încât (G, \cdot) este grup față de operația de înmulțire a matricilor. Arătați că $(\sum_{k=1}^n A_k)^2 = n \sum_{k=1}^n A_k$

Subiectul II.

Calculați $\int \frac{x^2+2x+7}{(x+1)^4} \sin x \, dx; x > 0$

Subiectul III.

Fie $f: [a, b] \rightarrow R_+$ continuă și strict crescătoare (pe $[a, b]$)

1. Arătați că dacă $f(b) < 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b f^n(x) dx = 0$
2. Dacă $f(b) = 1$ atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b f^n(x) dx = 0$

Subiectul IV.

Fie $(A, +, \cdot)$ inel finit cu $3n$ elemente cu $n \geq 3$, impar.

Notăm: $B = \{a \in A; (\exists) k \in N^* a. \hat{i}. a^k = 0\}$. Arătați că $\text{ord} B \leq n$

1. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore;
2. Toate problemele sunt obligatorii;
3. Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.